OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ- 22 februarie 2015

Clasa a XII – a

SUBIECTUL I (7 p)

Pe mulţimea $\mathbb{R}$ se defineşte legea de compoziţie "$\circ$"prin $x\circ y=3\cdot x\cdot y+6\cdot x+6\cdot y+10.$

a) Să se determine numărul real a astfel încât legea de compoziţie "$\circ$"defineşte pe mulţimea $\mathbb{R}-\{a\}$ o structură de grup abelian.

b) Să se calculeze $x^{(n)}$, unde $x^{(n)}=\underbrace{x\circ x\circ\ldots\circ x}_{x\ de\ n\ ori}$, $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$.

c) Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât (m,∞) să fie parte stabilă în raport cu legea "$\circ$".

SUBIECTUL II (7 p)

Fie şirul cu termenul general $I_n=\int_0^{\frac{\pi}{4}} e^{nx}\cdot\left(tg^{n-1}x+tg^{n}x+tg^{n+1}x\right)dx$, $n\geq 1$.

Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} n\cdot\left(\sqrt[n^2]{n\cdot I_n}-1\right)$.

G. M. nr. 12/2013

SUBIECTUL III (7 p)

Fie $(G,\cdot)$ un grup. Să se demonstreze că dacă $m,\ n\in\mathbb{N}^*$, $(m,n)=1$, astfel încât $(xy)^m=(yx)^m$, $(\forall)x,y\in G$ şi $(xy)^n=(yx)^n$, $(\forall)x,y\in G$, atunci $(G,\cdot)$ este grup abelian.

SUBIECTUL IV (7 p)

Să se calculeze $\int\frac{1}{2+\sin x}dx$, $x\in[0,2\pi]$.

NOTĂ: Timp de lucru – **3 ore**

Str. General Berthelot nr. 28-30, Sector 1, 010168, Bucureşti
Tel: +40 21 405 62 00, Fax: +40 21 405 63 00
www.edu.ro

Str. N. Iorga nr. 28, 710213, Botoşani
Tel: +40 231584 050, Fax: +40 231584 052
Email: office.isjbt@gmail.com
www.isj.botosani.ro